

Accélération et hybridation de la méthode itérative basée sur le concept d'ondes

H. Baudrand¹ L. Giraud² R. Perrussel^{1,3} O. Pigaglio¹
J.-R. Poirier¹ N. Raveu¹ D. Voyer³

¹LAPLACE (Toulouse), ²INRIA Bordeaux Sud-Ouest, ³Ampère (Lyon)

Journées du GDR SEEDS, ENS Cachan, 17/06/2011.



Méthode itérative basée sur le concept d'ondes

- Méthode de physique mathématique proposée par H. Baudrand (1995).
- Méthode utilisée pour la résolution numérique des équations de Maxwell harmonique dans les **circuits plans multi-couches**.
- **Méthode des moments** où les inconnues ne sont plus les courants (magnétique et électrique) sur une surface mais des **ondes incidentes** (entrante et sortante).
- Notation : WCIP pour Wave Concept Iterative Procedure.

Exemple de circuits planaires traités par la méthode

Capteur plasma

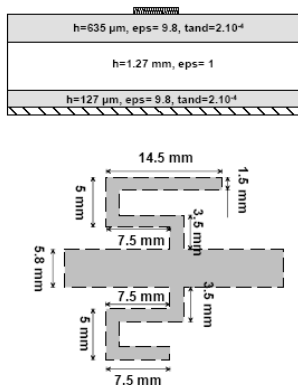


Fig. 2. Filter design and dimensions.

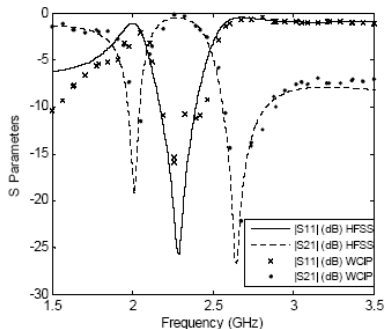


Fig. 7. Filter response with plasma actuation with a plasma frequency of 1.087 GHz (relative permittivity 0.8 at 2.37GHz).

Exemple de circuits non planaires traités par la méthode

Couplage entre antennes sur un cylindre¹

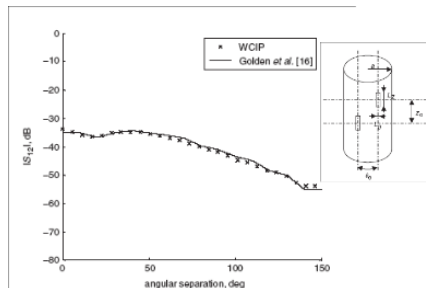


Fig. 9 Mutual coupling between axial slot antennas on a perfectly conducting cylinder, $z_0 = 3.81$ cm

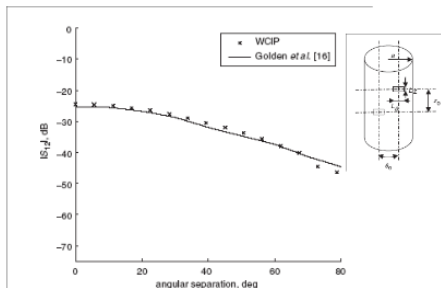
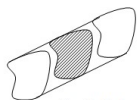


Fig. 11 Mutual coupling between circumferential slot antennas on a perfectly conducting cylinder, $z_0 = 7.62$ cm

¹N. Raveu, T-P. Vuong, I. Terrasse, G-P. Piau, H. Baudrand, *Wave concept Iterative Procedure applied to cylinders*, IEE Ant. & Prop, Oct. 2004, n°5, vol. 151, pp. 409-416

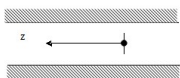
Opérateur admittance et propagation guidée



Un guide d'onde



Plan transverse



Sur une section transverse d'un guide :

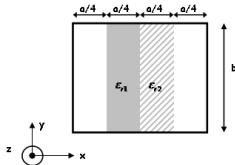
$$Y\mathbf{E}_T = \mathbf{H}_T \times \mathbf{n} = \mathbf{J}_T.$$

Y : opérateur admittance ($Z = Y^{-1}$),
 \mathbf{E}_T , \mathbf{H}_T et \mathbf{J}_T : champs électriques,
 magnétiques et courants tangentiels à la
 section.

- Section transverse invariante, **décomposition de \mathbf{E}_T et \mathbf{J}_T sur les modes TE et TM** :

$$\mathbf{E}_T = \sum_n E_n \mathbf{M}_n, \quad \mathbf{J}_T = \sum_n J_n \mathbf{M}_n$$

- Suite de **couches homogènes**, Y est un simple scalaire pour chaque mode et $Y_n E_n = J_n$.



Utilisation du concept d'ondes

- On remplace \mathbf{E}_T et \mathbf{J}_T par les **ondes incidentes** sortante \mathbf{A} et entrante \mathbf{B} :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}(\mathbf{E}_T + Z_0\mathbf{J}_T), \quad \mathbf{B} = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}(\mathbf{E}_T - Z_0\mathbf{J}_T).$$

- On s'intéresse alors à l'opérateur de réflexion :

$$\Gamma = (Z - Z_0)(Z + Z_0)^{-1} \text{ et } \mathbf{B} = \Gamma\mathbf{A}.$$

- On aura de même en s'appuyant sur une décomposition modale :

$$B_n = \Gamma_n A_n.$$

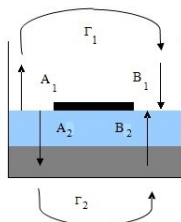
Interface avec métallisation et diélectrique

- Ondes incidentes décrites de part et d'autre de l'interface.
Pour chaque milieu : $\mathbf{B}_1 = \Gamma_1 \mathbf{A}_1$, $\mathbf{B}_2 = \Gamma_2 \mathbf{A}_2$.
- Pour traduire la relation entre les variables, on écrit des conditions de transmission sur l'interface :

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2 = \begin{cases} 0 \text{ sur le métal.} \\ \mathbf{E} \text{ sur un diélectrique} \end{cases} \quad \text{et } \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 = \begin{cases} \mathbf{J} \text{ sur le métal.} \\ 0 \text{ sur un diélectrique} \end{cases}$$

- Traduit pour les ondes incidentes, on a une relation :

$$\mathbf{B} = \mathbf{S}\mathbf{A}.$$



Méthode itérative

- Suivant le type de terme source considéré \mathbf{A}_0 ou \mathbf{B}_0 .

$$\begin{cases} \mathbf{A} = S\mathbf{B} + \mathbf{A}_0, \\ \mathbf{B} = \Gamma\mathbf{A}. \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \mathbf{A} = S\mathbf{B}, \\ \mathbf{B} = \Gamma\mathbf{A} + \mathbf{B}_0. \end{cases}$$

- On doit donc résoudre :

$$(Id - S\Gamma)\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 \quad \text{ou} \quad (Id - \Gamma S)\mathbf{B} = \mathbf{B}_0.$$

- On construit un processus itératif. Au niveau continu :

$$\mathbf{A}^{(n+1)} = S\Gamma\mathbf{A}^{(n)} + \mathbf{A}_0 \quad \text{ou} \quad \mathbf{B}^{(n+1)} = \Gamma S\mathbf{B}^{(n)} + \mathbf{B}_0.$$

Discrétisation

- Troncature à l'ordre N du nombre de modes pour représenter l'opérateur Γ : Γ_N , représentation dans la base modale.
- Conditions de transmission écrites en un nombre fini N de points : S_N .
- Transformées rapides pour passer des coefficients modaux aux coefficients spatiaux : F_N .
- Méthode itérative discrétisée :

$$\mathbf{A}_N^{(n+1)} = S_N F_N^{-1} \Gamma_N F_N \mathbf{A}_N^{(n)} + \mathbf{A}_0$$

$$\mathbf{B}_N^{(n+1)} = \Gamma_N F_N S_N F_N^{-1} \mathbf{B}_N^{(n)} + \mathbf{B}_0$$

Discrétisation

- Troncature à l'ordre N du nombre de modes pour représenter l'opérateur Γ : Γ_N , représentation dans la base modale.
- Conditions de transmission écrites en un nombre fini N de points : S_N .
- Transformées rapides pour passer des coefficients modaux aux coefficients spatiaux : F_N .
- Méthode itérative discrétisée :

$$\mathbf{A}_N^{(n+1)} = S_N F_N^{-1} \Gamma_N F_N \mathbf{A}_N^{(n)} + \mathbf{A}_0$$

$$\mathbf{B}_N^{(n+1)} = \Gamma_N F_N S_N F_N^{-1} \mathbf{B}_N^{(n)} + \mathbf{B}_0$$

Problèmes rencontrés

- Méthode de résolution initialement proposée peu efficace.
- Comment prendre en compte rigoureusement des matériaux non-homogènes?

Accélération

- Le problème discret revient à résoudre :

$$(Id - S_N F_N^{-1} \Gamma_N F_N) A_N = A_0$$

... on ne construit jamais explicitement la matrice $(Id - S_N F_N^{-1} \Gamma_N F_N)$.

- Solution : utilisation d'une méthode de Krylov type GMRES.

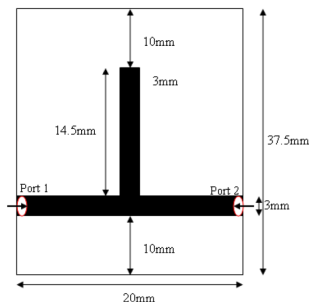
Accélération

- Le problème discret revient à résoudre :

$$(Id - S_N F_N^{-1} \Gamma_N F_N) A_N = A_0$$

... on ne construit jamais explicitement la matrice $(Id - S_N F_N^{-1} \Gamma_N F_N)$.

- Solution : utilisation d'une méthode de Krylov type GMRES.



	Richardson	GMRES
No precondition.	101581 iter. 13h 52 mn	3316 iter. 1h 20 mn
Precond.	37489 iter. 5h 7mn	2036 iter. 50 mn

Table 1. # iterations and elapsed time.

Fig. 1. Dimensions of the Tee-junction component and parallel stub.

Accélération

- Le problème discret revient à résoudre :

$$(Id - S_N F_N^{-1} \Gamma_N F_N) A_N = A_0$$

... on ne construit jamais explicitement la matrice $(Id - S_N F_N^{-1} \Gamma_N F_N)$.

- Solution : utilisation d'une méthode de Krylov type GMRES.

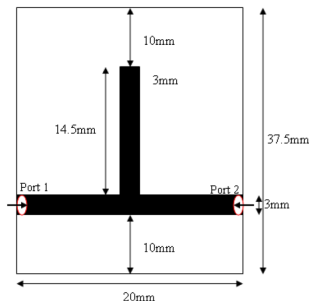


Fig. 1. Dimensions of the Tee-junction component and parallel stub.

	Richardson	GMRES
No precondition.	101581 iter. 13h 52 mn	3316 iter. 1h 20 mn
Precond.	37489 iter. 5h 7mn	2036 iter. 50 mn

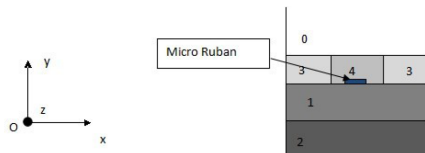
Table 1. # iterations and elapsed time.

À faire :

- Meilleur choix de l'itéré initial.
- Utilisation de méthode de préconditionnement.

Hybridation

- Couplage en cours avec la méthode des éléments finis. Éléments finis utilisés pour la couche de matériau non homogène.
- Ex. 2D plan.



Dans la zone inhomogène (EF) :

$$\Delta E_z + k^2 E_z = 0.$$

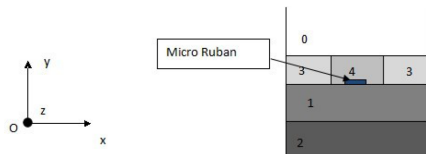
+ Couplage avec la WCIP :

$$A = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}} E_z + \frac{\sqrt{Z_0}}{2} \frac{\partial E_z}{\partial n},$$

$$B = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}} E_z - \frac{\sqrt{Z_0}}{2} \frac{\partial E_z}{\partial n}.$$

Hybridation

- Couplage en cours avec la méthode des éléments finis. Éléments finis utilisés pour la couche de matériau non homogène.
- Ex. 2D plan.



Dans la zone inhomogène (EF) :

$$\Delta E_z + k^2 E_z = 0.$$

+ Couplage avec la WCIP :

$$A = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}} E_z + \frac{\sqrt{Z_0}}{2} \frac{\partial E_z}{\partial n},$$

$$B = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}} E_z - \frac{\sqrt{Z_0}}{2} \frac{\partial E_z}{\partial n}.$$

Stage de M2 en cours, hybridation non encore validée.

Utilisation subvention et perspectives

Subventions

- reçu : 9 keuros.
- stage M2 : 4 keuros.
- conférences et missions : 3 keuros.

Perspectives

- le stage M2 n'est pas encore terminé...
- une thèse financée par la DGA commence pour approfondir l'accélération (préconditionnement - choix de l'itéré initial) et l'hybridation (EF Galerkin discontinu).